

Capítulo 1

Ondas electromagnéticas

Alberto Carramiñana, 13 de diciembre de 2022.

1.1. Electrodinámica clásica

1.1.1. Ecuaciones de maxwell

Formulaciones

Las ecuaciones de Maxwell permiten calcular los campos eléctrico, $\vec{E}(\vec{r}, t)$, y magnético, $\vec{B}(\vec{r}, t)$, a partir de las densidades de carga, $\rho(\vec{r}, t)$, y de corriente eléctrica, $\vec{j}(\vec{r}, t)$. Tienen expresiones distintas en distintos sistemas de unidades.

- En el sistema *gaussiano* tienen la forma,

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\rho, \quad \nabla \times \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (1.2)$$

con $c = 299\,792\,458$ m/s la velocidad de la luz en el vacío. Las primeras dos ecuaciones relacionan los campos con sus fuentes (ecs. inhomogéneas) y las siguientes a los dos campos entre sí (ecs. homogéneas). El sistema gaussiano presupone unidades cgs, con la carga dada en *unidades electrostáticas de carga*, o *stat-coulomb* [$\text{ue} \equiv \text{g}^{1/2} \text{cm}^{3/2} \text{s}^{-1}$]. La carga del electrón, por definición la carga elemental, es

$$-e = 4.803\,204\,712 \dots \times 10^{-10} \text{ ues}.$$

Los campos se expresan en unidades de *statVolt/cm* [$\equiv \text{g}^{1/2} \text{cm}^{1/2} \text{s}^{-1}$].

- Las ecuaciones de Maxwell expresadas en el sistema internacional (SI) son

$$\nabla \cdot \vec{E} = \rho/\varepsilon_0, \quad \nabla \times \vec{B} = \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{j}, \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (1.4)$$

El SI emplea unidades distintas para los campos eléctrico y magnético, $E_{\text{SI}} = cE_{\text{CGS}}$, e introduce la permitividad eléctrica y permeabilidad magnética del vacío, $\varepsilon_0 = 1/4\pi c$, $\mu_0 = 4\pi/c$, respectivamente. Estas constantes se relacionan directamente con la velocidad de la luz, $c = 1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$. La carga elemental en el sistema internacional es exactamente

$$1.602\,176\,634 \times 10^{-19} \text{ coulombs},$$

relacionada con el valor gaussiano a través de c .

- Las formulaciones anteriores son válidas para campos en el vacío, o campos descritos a nivel microscópico. La formulación macroscópica en el SI para un medio con permitividad eléctrica ε y permeabilidad magnética μ es,

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho, \quad \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j}, \quad (1.5)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (1.6)$$

con $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$, el campo de desplazamiento, $\vec{H} = \vec{B}/\mu$, el campo magnético y \vec{B} la inducción magnética.

En lo que sigue se emplearán las expresiones gaussianas (1.1,1.2).

Principio de superposición e invariancia

Las ecuaciones de Maxwell son lineales y cumplen el *principio de superposición*: la suma de dos soluciones a las ecuaciones es también una solución. Adicionalmente, las ecuaciones son invariantes ante transformaciones de Lorentz y consistentes con los principios de relatividad (§4).

1.1.2. Electrodinámica clásica

Las ecuaciones de Maxwell provienen de las leyes de Coulomb, la conservación del flujo magnético, y las leyes de Ampere y Faraday, se resume a continuación.

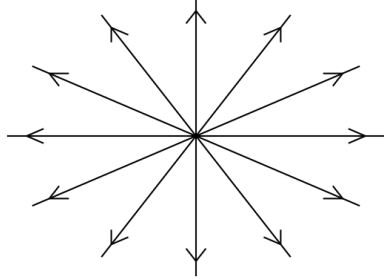


Figura 1.1: Las líneas de campo eléctrico divergen de una carga puntual positiva y convergen a una carga negativa.

Ley de Coulomb - caso electrostático

La *ley de Coulomb* da el campo eléctrico originado por una carga puntual en reposo,

$$\vec{E}(r) = \frac{q}{r^2} \hat{r}, \quad (1.7)$$

para una carga q situada en el origen de coordenadas. El campo eléctrico puede ser descrito en términos de *líneas de campo* que salen de la carga radialmente. Las líneas convergen o divergen, dependiendo del signo de la carga (figura 1.1). La ley de Coulomb se deriva de la primera de las ecuaciones (1.1), integrada sobre un volumen esférico centrado en q ,

$$\int_{\mathcal{V}} \nabla \cdot \vec{E} dV = \int_{\mathcal{V}} 4\pi\rho dV \Rightarrow \oint_{\mathcal{A}(V)} (\vec{E} \cdot \hat{n}) da = E_r 4\pi r^2 = 4\pi q, \quad (1.8)$$

siendo q la integral de $\rho(\vec{r})$ sobre el volumen \mathcal{V} que rodea a la carga. El campo se considera radial y constante sobre una esfera centrada en q , siendo el vector normal a la superficie radial, $\hat{n} = \hat{r}$, y el área de la esfera siendo $A = 4\pi r^2$, con lo que recobramos la ley de Coulomb (1.7).

De acuerdo al principio de superposición el campo electrostático de un conjunto discreto de N cargas $\{q_i\}$ situadas en $\{\vec{r}_i\}$, está dado por

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \frac{q_i(\vec{r} - \vec{r}_i)}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}.$$

Para una distribución continua de cargas, $\rho(\vec{r})$, el campo electrostático queda como,

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int \frac{\rho(\vec{r}') (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'. \quad (1.9)$$

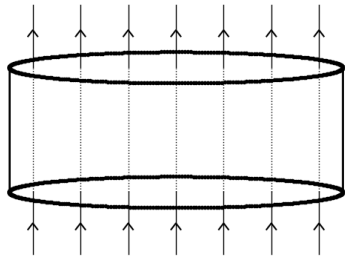


Figura 1.2: Líneas de campo magnético atravesando un volumen cilíndrico. El número de líneas entrando a la superficie es igual al número de líneas saliendo. La divergencia de \vec{B} es nula, conforme a la conservación del flujo magnético.

Para $\nabla \times \vec{E} = 0$ se puede definir el potencial electrostático $\phi(\vec{r})$ de acuerdo con $\vec{E}(\vec{r}) = -\nabla\phi$. El potencial se calcula con la ecuación de Poisson, $\nabla^2\phi = -4\pi\rho$. Para una carga puntual situada en \vec{r}_0 , la solución es,

$$\phi(\vec{r}) = \frac{q}{|\vec{r} - \vec{r}_0|}, \quad (1.10)$$

consistente con las ecuaciones (1.7, 1.9).

Conservación del flujo magnético

La expresión $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ implica *la inexistencia de cargas magnéticas*. Al integrar sobre un volumen cerrado tenemos el mismo número de líneas saliendo y entrando a través de la superficie \mathcal{A} que acota al volumen en consideración, es decir

$$\oint_{\mathcal{A}} \vec{B} \cdot d\vec{a} = 0. \quad (1.11)$$

Esto se ilustra con un volumen de simetría cilíndrica (figura 1.2), donde las líneas que entran ($\vec{B} \cdot d\vec{a} < 0$) por la parte inferior de la superficie son las mismas que salen ($\vec{B} \cdot d\vec{a} > 0$) por la parte superior: las líneas de campo magnético no divergen o convergen en ningún punto. La convergencia correspondería con una carga magnética, un monopolo. Una consecuencia importante de la ecuación $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ es la posibilidad de definir el potencial vectorial \vec{A} mediante,

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}. \quad (1.12)$$

Ley de Ampere - caso magnetostático

Si no hay dependencia temporal explícita la segunda ecuación 1.1 se escribe como

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j},$$

con $\vec{j} = \vec{j}(\vec{r})$. Esta ecuación proviene de la ley de Ampere, que se recupera al integrar sobre una superficie normal a \vec{j} ,

$$\int_A (\nabla \times \vec{B}) \cdot d\vec{a} = \frac{4\pi}{c} I \quad \Rightarrow \quad \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c} I. \quad (1.13)$$

Si consideramos una superficie acotada por un círculo de radio R , normal \hat{n} y vector tangente $\hat{\varphi}$, la ley de Ampere resulta en

$$\vec{B} = \left(\frac{2I}{Rc} \right) \hat{\varphi},$$

después de dividir por $2\pi R$, la circunferencia de \mathcal{C} . El campo magnético producido por una corriente I en un cable lineal infinito decae como el inverso de la distancia R a la línea.

Maxwell generalizó la ley de Ampere al introducir *la corriente de desplazamiento* en la segunda ecuación (1.1). El término añadido por Maxwell corresponde a la inducción de un campo magnético por un campo eléctrico dependiente del tiempo.

Ley de inducción de Faraday

La segunda ecuación (1.2) corresponde a *la ley de inducción de Faraday*, la cual describe la inducción de un campo eléctrico por un campo magnético dependiente del tiempo. Integrando sobre una superficie obtenemos el voltaje inducido, $\phi(\vec{r}, t)$, dado por el cambio con el tiempo del flujo magnético, Φ_m :

$$\phi(\vec{r}, t) = - \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = - \int_A (\nabla \times \vec{E}) \cdot d\vec{a} = \frac{1}{c} \frac{d}{dt} \left(\int_A \vec{B} \cdot d\vec{a} \right) = \frac{1}{c} \frac{d\Phi_m}{dt}, \quad (1.14)$$

con \mathcal{C} la trayectoria definida por la frontera de la superficie \mathcal{A} . Un campo magnético dependiente del tiempo induce un campo eléctrico (fig. 1.3).

1.1.3. Ecuación de continuidad

De las ecuaciones de Maxwell se obtiene la ecuación de continuidad,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j} = 0, \quad (1.15)$$

que describe la conservación de carga eléctrica. La integral de la expresión 1.15 sobre un volumen cerrado V acotado por una superficie \mathcal{A} implica,

$$\frac{dQ}{dt} = - \int_A \vec{j} \cdot d\vec{a},$$

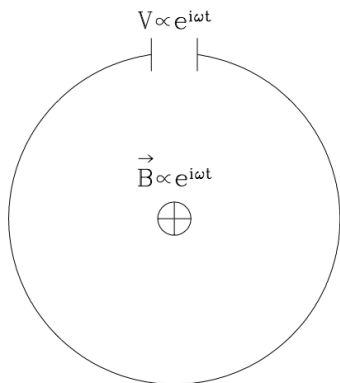


Figura 1.3: Un campo magnético con dependencia armónica en el tiempo induce un voltaje con misma dependencia al atravesar un circuito.

el cambio de la carga Q contenida en V está dada por la “entrada” y “salida” de líneas de corriente a través de la superficie \mathcal{A} : donde converge (diverge) la densidad de corriente aumenta (disminuye) la densidad de carga.

1.1.4. Fuerza de Lorentz y teorema de Poynting

Los campos electromagnéticos producen fuerzas que actúan sobre cargas q , denominada fuerza de Lorentz:

$$\vec{F} = q \left(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \right). \quad (1.16)$$

con \vec{v} la velocidad de la carga. La fuerza de Lorentz es paralela al campo eléctrico y perpendicular al campo magnético. En el caso de campos con una dirección fija, la fuerza hace que la carga tienda a moverse en la dirección de \vec{E} y a girar alrededor de las líneas de campo magnético \vec{B} .

El teorema de Poynting describe la conservación de la energía de forma análoga a la ecuación de continuidad. Se deriva estimando el trabajo que realiza la fuerza de Lorentz sobre un conjunto de cargas discretas. Al definir la densidad de energía del campo electromagnético,

$$u \equiv \frac{1}{8\pi} (E^2 + B^2), \quad (1.17)$$

y el flujo de energía electromagnética, dado por el vector de Poynting:

$$\vec{S} \equiv \frac{c}{4\pi} (\vec{E} \times \vec{B}), \quad (1.18)$$

obtenemos de las ecuaciones de Maxwell la relación:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{S} = -\vec{j} \cdot \vec{E}. \quad (1.19)$$

La principal diferencia entre las ecuaciones (1.19) y (1.15) radica en el término de la derecha: mientras que la carga eléctrica es una cantidad que se conserva, la energía electromagnética puede no conservarse y ser disipada. El principio de conservación de la energía se cumple, ya que la energía electromagnética disipada se convierte en otro tipo de energía, como puede ser mecánica o térmica. El término $\vec{j} \cdot \vec{E}$ corresponde con la *ley de Ohm*.

1.1.5. Potenciales electromagnéticos

Las ecuaciones de Maxwell pueden escribirse en términos de los potenciales electromagnéticos, \vec{A} y ϕ , originados en las dos ecuaciones homogéneas. El potencial vectorial \vec{A} define al campo magnético, de acuerdo a la expresión (1.12), satisfaciendo automáticamente la primera ecuación (1.2), dado que la divergencia de un campo rotacional es nula. El campo eléctrico puede definirse entonces a partir de ambos potenciales, escalar y vectorial,

$$\vec{E} = -\nabla\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad (1.20)$$

dado que el rotacional de un gradiente es cero. Con estas definiciones, la dos ecuaciones homogéneas de Maxwell se satisfacen automáticamente. La substitución de los potenciales en las ecuaciones inhomogéneas da:

$$\nabla^2\phi + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \vec{A}) = -4\pi\rho, \quad (1.21)$$

$$\nabla^2\vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \nabla \left(\nabla \cdot \vec{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}. \quad (1.22)$$

Estas ecuaciones pueden simplificarse aprovechando que los potenciales no están definidos de manera unívoca. Dada una función escalar arbitraria ψ , podemos reemplazar el potencial vectorial \vec{A} por $\vec{A}' = \vec{A} + \nabla\psi$ y el potencial escalar $\phi \rightarrow \phi' = \phi - (\partial\psi/c\partial t)$, sin dejar de cumplir con las ecuaciones (1.2). La elección de la función ψ es la elección de una *norma*. Dos normas que permiten simplificar las ecuaciones (1.21, 1.22) son:

- **La norma de Coulomb**, $\nabla \cdot \vec{A}' = 0$: conveniente para tratar problemas de electrostática. La primera de las ecuaciones de Maxwell resulta en una ecuación de Poisson, $\nabla^2\phi' = -4\pi\rho$, de solución general

$$\phi(\vec{r}, t) = \int \frac{\rho(\vec{r}', t)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'. \quad (1.23)$$

En el caso estacionario ($\partial\phi/\partial t = 0$, $\partial\vec{A}/\partial t = 0$), el potencial vectorial satisface también una ecuación de Poisson, $\nabla^2\vec{A} = -4\pi\vec{j}/c$.

▪ **La norma de Lorenz,**

$$\nabla \cdot \vec{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial\phi}{\partial t} = 0, \quad (1.24)$$

que permite escribir las dos ecuaciones inhomogéneas de Maxwell en forma de ecuaciones de onda con fuentes:

$$\nabla^2\phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = -4\pi\rho, \quad \nabla^2\vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c}\vec{j}. \quad (1.25)$$

Las ecuaciones 1.25 pueden integrarse, quedando ϕ y \vec{A} en términos de las densidades de carga y corriente:

$$\phi(\vec{r}, t) = \int \frac{\rho(\vec{r}', t - |\vec{r} - \vec{r}'|/c)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r', \quad (1.26)$$

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{1}{c} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}', t - |\vec{r} - \vec{r}'|/c)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r', \quad (1.27)$$

Las fuentes deben evaluarse en $t_{ret} = t - |\vec{r} - \vec{r}'|/c$, debido a la propagación de la interacción electromagnética con velocidad finita (§4).

(*Shu 11; Ryb 2.1; Jackson 6*)

1.2. Ondas electromagnéticas en el vacío

1.2.1. Ecuación de onda

En ausencia de cargas y corrientes las ecuaciones de Maxwell dan lugar a ecuaciones de onda para los campos eléctrico y magnético:

$$\nabla^2\vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad \nabla^2\vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.28)$$

Con la norma de Lorenz obtenemos también una ecuación de onda para los potenciales electromagnéticos. La solución a la ecuación (1.28) puede obtenerse por separación de variables, dando lugar a la dependencia armónica,

$$\vec{E} = \hat{e}E_0 \exp\{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)\}, \quad \vec{B} = \hat{b}B_0 \exp\{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)\}, \quad (1.29)$$

condicionada a la relación de dispersión,

$$\omega^2 - k^2 c^2 = 0. \quad (1.30)$$

Eligiendo ambas cantidades positivas y la solución, $k = +\omega/c$, las ecuaciones de Maxwell se pueden escribir como:

$$\vec{k} \cdot \hat{e} = 0 \quad , \quad (\vec{k} \times \hat{e}) E_0 = +\hat{b} (\omega/c) B_0, \quad (1.31)$$

$$\vec{k} \cdot \hat{b} = 0 \quad , \quad (\vec{k} \times \hat{b}) B_0 = -\hat{e} (\omega/c) E_0, \quad (1.32)$$

desprendiéndose $E_0 = B_0$. Los vectores unitarios $\{\hat{k}, \hat{e}, \hat{b}\}$ forman una base ortogonal. Los campos son perpendiculares a la dirección de propagación de la onda. El comportamiento de los vectores \hat{e} y \hat{b} define la polarización de la onda (§1.2.2), mientras que el vector \vec{k} la caracteriza espectralmente y en su propagación. Un vector \vec{k} dado describe la propagación de una *componente monocromática*. La solución más general de la ecuación de onda es una superposición de ondas monocromáticas en todas direcciones,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \int \hat{e}_{\pm}(\vec{k}) E_{\pm}(\vec{k}) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} \mp \omega t)} d^3 k. \quad (1.33)$$

La ecuación de onda se cumple si $k^2 = \omega^2/c^2$ dentro de la integral. Cada valor de \vec{k} representa una componente espectral y el signo \pm indica las dos posibles orientaciones de dicha componente.

La densidad y el flujo de energía de las ondas electromagnéticas se derivan de las expresiones 1.17 y 1.18, resultando en

$$u = \frac{E_0^2}{4\pi}, \quad \vec{S} = c \frac{E_0^2}{4\pi} \hat{k}.$$

1.2.2. Polarización

Polarización de luz monocromática

El comportamiento temporal y espacial de los vectores \vec{E} y \vec{B} describe la polarización de la onda. Es suficiente concentrarse en uno de los campos, siendo el otro perpendicular a él en todo momento. Al ser la densidad de energía constante y proporcional a $|\vec{E}(t)|^2 + |\vec{B}(t)|^2$, vemos que cuando $|\vec{E}|$ aumenta $|\vec{B}|$ disminuye y viceversa. Para la descripción de una onda *monocromática* propagándose en la dirección $\hat{k} = \hat{z}$ (ec. 1.29), podemos emplear vectores imaginarios,

$$\hat{e} E_0 = \hat{x} \epsilon_x \exp(i\varphi_x) + \hat{y} \epsilon_y \exp(i\varphi_y), \quad (1.34)$$

con ϵ_x y ϵ_y cantidades reales fijas. El campo eléctrico está completamente caracterizado por los valores $\{\epsilon_x, \epsilon_y, \varphi_x, \varphi_y\}$. Podemos visualizar su comportamiento con el tiempo fijando un punto, $z = 0$, y suponiendo que el campo medible es la parte real de \vec{E} ,

$$\vec{E}_{med} = \mathcal{R} [\vec{E}(0, t)] = \hat{x} \epsilon_x \cos(\omega t - \varphi_x) + \hat{y} \epsilon_y \cos(\omega t - \varphi_y). \quad (1.35)$$

Esta ecuación puede manipularse y dar

$$\left(\frac{E_x}{\epsilon_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{\epsilon_y}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{\epsilon_x} \frac{E_y}{\epsilon_y}\right) \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi, \quad (1.36)$$

donde $E_x = \epsilon_x \cos(\omega t - \varphi_x)$, $E_y = \epsilon_y \cos(\omega t - \varphi_y)$, con $\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x$. Podemos visualizar el comportamiento del vector \vec{E} confinándolo a una “caja” de dimensiones $\epsilon_x \times \epsilon_y$, donde:

- si $\epsilon_x = 0$ el vector \vec{E} está restringido al eje y , y si $\epsilon_y = 0$ al eje x . Estos son dos casos particulares de *polarización lineal*;
- $\Delta\varphi = 0 \Rightarrow E_x/\epsilon_x - E_y/\epsilon_y = 0$: el vector \vec{E} está restringido a una línea definida por las esquinas inferior izquierda y superior derecha de la caja. Este es un modo de *polarización lineal*.
- $\Delta\varphi = \pi \Rightarrow E_x/\epsilon_x + E_y/\epsilon_y = 0$: el vector \vec{E} está restringido a una línea entre las esquinas superior izquierda e inferior derecha de la caja. Este es el modo de polarización lineal ortogonal a $\Delta\varphi = 0$.
- $\Delta\varphi \in \{\pi/2, 3\pi/2\} \Rightarrow (E_x/\epsilon_x)^2 + (E_y/\epsilon_y)^2 = 1$, ecuación de una elipse. La *polarización es elíptica*; si $\epsilon_x = \epsilon_y$ la *polarización es circular*.

→ $\Delta\varphi = \pi/2 \Rightarrow \vec{E} = \hat{x}\epsilon_x \cos(\omega t - \varphi_x) - \hat{y}\epsilon_y \sin(\omega t - \varphi_x)$ corresponde a rotación en el sentido de las manecillas del reloj, o *polarización izquierda*;

→ $\Delta\varphi = 3\pi/2 \Rightarrow \vec{E} = \hat{x}\epsilon_x \cos(\omega t - \varphi_x) + \hat{y}\epsilon_y \sin(\omega t - \varphi_x)$ corresponde a rotación en el sentido inverso, o *polarización derecha*.

Esto se ilustra en la figura 1.4.

Parámetros de Stokes

La polarización de una onda monocromática se describe comúnmente en términos de los cuatro parámetros de Stokes, medibles observacionalmente:

$$I \equiv \epsilon_x^2 + \epsilon_y^2, \quad Q \equiv \epsilon_x^2 - \epsilon_y^2, \quad U \equiv 2\epsilon_x\epsilon_y \cos \Delta\varphi, \quad V \equiv 2\epsilon_x\epsilon_y \sin \Delta\varphi. \quad (1.37)$$

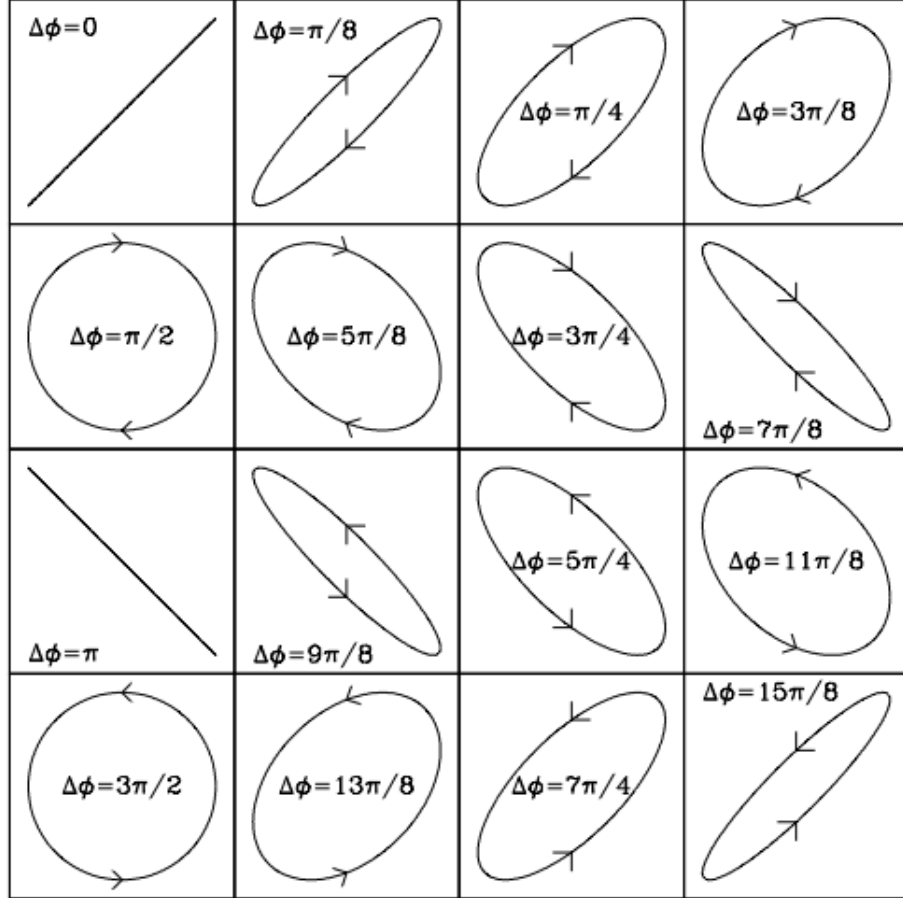


Figura 1.4: Modos de polarización elíptica para $\Delta\varphi$ entre 0 y 2π , y considerando $\epsilon_x = \epsilon_y \Rightarrow Q = 0$. Si $\Delta\varphi = n\pi/2$, obtenemos polarización lineal, $V = 0$, para n par; y circular, $U = 0$, para n impar.

Estos parámetros cumplen $I^2 = Q^2 + U^2 + V^2$, con I la amplitud de la onda. Los parámetros $\{I, Q, U, V\}$ tienen el siguiente comportamiento:

- Polarización lineal:** sobre el eje x para $\epsilon_x = 0$; y sobre el eje y para $\epsilon_y = 0$. Estos dos casos corresponden a $U = V = 0$, con $Q = \pm I$. La polarización es también lineal para $\Delta\varphi = 0 \Rightarrow V = 0, U = 2\epsilon_x\epsilon_y \geq 0$; y, $\Delta\varphi = \pi \Rightarrow V = 0$ con $U \leq 0$. En resumen, $V = 0$ indica polarización lineal, con Q y U dados por el eje de polarización.

Polarización	$\Delta\varphi$	ϵ_x, ϵ_y	Q	U	V	χ	β
Circular izquierda	$\pi/2$	$\epsilon_x = \epsilon_y$	0	0	$+I$	0/0	$+\pi/4$
Circular derecha	$3\pi/2$	$\epsilon_x = \epsilon_y$	0	0	$-I$	0/0	$-\pi/4$
Elíptica izquierda	$0 < \Delta\varphi < \pi$	$\epsilon_x \neq \epsilon_y$	$\neq 0$	> 0	$\neq 0$	> 0	$\neq 0$
Elíptica derecha	$\pi < \Delta\varphi < 2\pi$	$\epsilon_x \neq \epsilon_y$	$\neq 0$	< 0	$\neq 0$	< 0	$\neq 0$
Lineal (x)	\dots	$\epsilon_y = 0$	$+I$	0	0	0	0
Lineal (y)	\dots	$\epsilon_x = 0$	$-I$	0	0	0	0
Lineal (xy)	0	$\epsilon_x = \epsilon_y$	0	$+I$	0	$+\pi$	0
Lineal ($-xy$)	π	$\epsilon_x = \epsilon_y$	0	$-I$	0	$-\pi$	0

Cuadro 1.1: Modos de polarización para una onda monocromática con los respectivos parámetros físicos y de Stokes.

- **Polarización circular:** para $\epsilon_x = \epsilon_y$, con $\Delta\varphi \in \{\pi/2, 3\pi/2\}$. Se tiene $Q = U = 0$, con $V = I$ para polarización izquierda; y $V = -I$ para polarización derecha.

El modo más general de polarización es elíptico, que tiene como límites lineal y circular. Se puede describir con los ángulos de polarización, χ , y de elipticidad, β , mediante

$$Q = I \cos 2\beta \cos 2\chi, \quad U = I \cos 2\beta \sin 2\chi, \quad V = I \sin 2\beta, \quad (1.38)$$

de forma que $\tan 2\chi \equiv U/Q$, $\sin 2\beta \equiv V/I$. La tabla 1.1 resume algunos modos de polarización y los parámetros correspondientes. Si pensamos en términos de una elipse de semiejes a, b rotada un ángulo χ , se tiene que $a^2 = I \cos^2 \beta$, $b^2 = I \sin^2 \beta$. La excentricidad queda dada por $e^2 = 1 - \tan^2 \beta$, o por $e^2 = 1 - \cot^2 \beta$ para $\pi/4 \leq \beta \leq 3\pi/4$.

Para el caso general de radiación no monocromática se miden los parámetros de Stokes promediados sobre tiempo y frecuencia:

$$\bar{I} = \langle \epsilon_x^2 + \epsilon_y^2 \rangle, \quad \bar{Q} = \langle \epsilon_x^2 - \epsilon_y^2 \rangle, \quad \bar{U} = \langle 2\epsilon_x \epsilon_y \cos \Delta\varphi \rangle, \quad \bar{V} = \langle 2\epsilon_x \epsilon_y \sin \Delta\varphi \rangle. \quad (1.39)$$

En este caso $\bar{I}^2 \geq \bar{Q}^2 + \bar{U}^2 + \bar{V}^2$, y se define el grado de polarización como,

$$\Pi = \frac{\sqrt{\bar{Q}^2 + \bar{U}^2 + \bar{V}^2}}{\bar{I}}, \quad (1.40)$$

distinguiendo la componente de luz polarizada, $\Pi\bar{I}$, de la no polarizada, o “natural”, $(1 - \Pi)\bar{I}$.

(*Shu 11, 12; Ryb 1.1, 2*)

1.2.3. El espectro electromagnético

La relación de dispersión entre el número de onda, k , y la frecuencia angular, ω , puede escribirse en términos de la longitud de onda, λ , y la frecuencia, ν ,

$$\lambda\nu = c. \quad (1.41)$$

Distintos intervalos de λ , o de ν , definen distintas regiones del espectro electromagnético (Figura 1.6). La relación de Planck entre la energía de un fotón y la frecuencia de la onda electromagnética, $E = h\nu$, también se usa para definir regiones del espectro, según se describe a continuación.

Ondas de radio y banda milimétrica

Las ondas de radio se han descrito históricamente en términos de frecuencias o longitudes de onda. Por ejemplo, la radio y televisión comercial se transmite en las bandas de AM (100 kHz a 30 MHz), FM (87.5 a 108 MHz) y televisión VHF (alrededor de 50 MHz y UHF, por encima de 300 MHz). Cada país hace una asignación de bandas del espectro de ondas radio; en México el encargado de esta partición es el Instituto Federal de Telecomunicaciones, que mantiene de forma pública el “Cuadro Nacional de Atribución de Frecuencias”, que abarca desde 3 kHz hasta 300 GHz¹.

La atmósfera impone un límite inferior a las frecuencias que se estudian comúnmente en astronomía, al absorber ondas con $\nu \lesssim 50 - 100$ MHz por la acción de cargas libres en la ionósfera. La atmósfera se vuelve transparente en el rango $100 \text{ MHz} \lesssim \nu \lesssim 30 \text{ GHz}$, equivalente a $\lambda \gtrsim 1 \text{ cm}$. En las bandas *milimétrica*, $10 \text{ mm} \gtrsim \lambda \gtrsim 1 \text{ mm}$, y *submilimétrica*, $\lambda \lesssim 1 \text{ mm}$, tiene importancia la absorción por moléculas como O_2 y H_2O . La figura 1.5 muestra la transparencia en estas bandas en Mauna Kea, Hawái, un sitio con telescopios milimétricos y submilimétricos. En términos astrofísicos, la banda milimétrica delimita la frontera entre procesos no-térmicos (radio) y térmicos (mm).

Infrarrojo

La banda infrarroja se describe comúnmente en términos de longitudes de onda, y ocasionalmente con frecuencias por encima de 1 THz. El infrarrojo lejano cubre aproximadamente $1 \text{ mm} \gtrsim \lambda \gtrsim 20 \mu\text{m}$; el infrarrojo medio entre 20 y 2 micras, donde se encuentran las bandas fotométricas LMNQ; y el

¹La atribución de frecuencias se puede consultar en el Diario Oficial de la Federación - versión más reciente al 2022: 03/03/2017

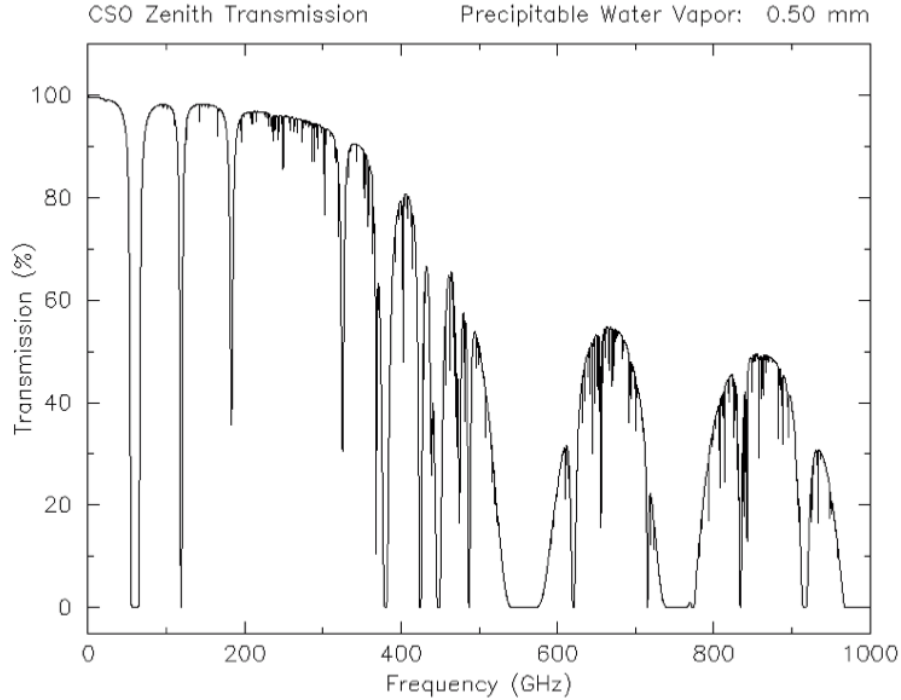


Figura 1.5: Transparencia atmosférica en el sitio del Caltech Submillimeter Observatory en Hawái, para una densidad de columna de vapor de agua de 0.5mm en la atmósfera.

infrarrojo cercano, bandas JHK, entre 2 y $0.8 \mu\text{m} = 8000\text{\AA}$. El infrarrojo lejano es accesible sólo desde el espacio, con observatorios como *Spitzer* o *JWST*, y con telescopios en aviones, como SOFIA; el infrarrojo medio y cercano es parcialmente accesible desde sitios secos y a gran altura.

Visible

El visible corresponde con la respuesta del ojo humano, la cual abarca los colores del arcoíris, dentro del intervalo $8000 \text{\AA} \gtrsim \lambda \gtrsim 4000 \text{\AA}$. Este rango corresponde a fotones con energías entre 1.5 y 3 eV. Las observaciones fotométricas emplean tradicionalmente las bandas UBVRI, del sistema de Johnson, que corresponden aproximadamente a los colores ultravioleta (U), azul (B), visual (V)², rojo (R) e infrarrojo cercano (I). Este sistema se ha expandido al infrarrojo definiendo las bandas JHKLMNQ. La tabla 1.2

²percibido entre verde y amarillo.

	Visible						
Filtro	U	B	V	R	I		
λ_0 (Å)	3600	4400	5500	7000	9000		
$\Delta\lambda_0$ (Å)	68	98	89	220	240		
F_0 (Jy)	1880	4650	3950	2870	2240		
	IR cercano			IR medio			
Filtro	J	H	K	L ₂	M	N	Q
λ_0 (μm)	1.25	1.65	2.20	3.40	5.0	10.2	21.0
$\Delta\lambda_0$ (μm)	0.30	0.35	0.40	0.55	0.3	5	8
F_0 (Jy)	1770	636	629	312	183	43	10

Cuadro 1.2: Sistema de Johnson extendido al infrarrojo cercano e intermedio. Léna, “*Méthode Physiques de l’observation*”, 1996.

muestra los rangos de estas bandas y el flujo de un objeto de magnitud cero, expresado en Janskys³.

Ultravioleta

El ultravioleta cercano observable desde la Tierra corresponde a la banda U, $\lambda \gtrsim 3200\text{Å}$, acotada por el corte impuesto por el ozono atmosférico y otras moléculas. Observaciones desde el espacio permiten estudiar el rango $3000\text{Å} \gtrsim \lambda \gtrsim 911\text{Å}$, hasta el límite de ionización del hidrógeno, donde el medio interestelar mismo se vuelve opaco a la radiación, debido al efecto fotoeléctrico. El ultravioleta lejano, hasta $\lambda \sim 120\text{Å} \Leftrightarrow E \sim 100\text{eV}$, es una banda mayormente inaccesible. Las observaciones son sólo posibles desde el espacio y en direcciones privilegiadas por una baja densidad de columna de gas interestelar.

Rayos X

Los rayos X, generalmente descritos en términos de energía, van desde $h\nu \gtrsim 100\text{eV}$ hasta alrededor de $m_e c^2 = 511\text{keV}$, energía equivalente a la masa en reposo del electrón. En ocasiones se emplea también la longitud de onda, con $\lambda = 10\text{Å} \Leftrightarrow E \simeq 1.24\text{keV}$. Los rayos X son observables exclusivamente desde el espacio, con el factor adicional de la absorción por efecto fotoeléctrico del medio interestelar de rayos X *blandos*, 0.1–1 keV. Los

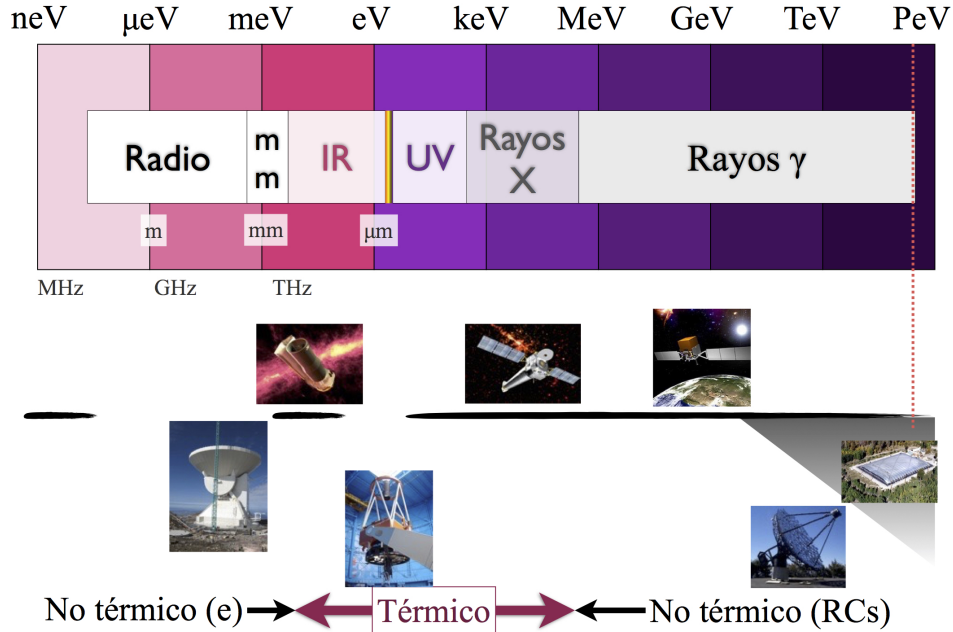
³1 Jy = $10^{-23}\text{ erg cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{Hz}^{-1}$

telescopios espaciales de rayos X, como *Chandra X-ray Observatory* y *XMM-Newton*, son sofisticados instrumentos ópticos de altísima precisión que enfocan haces mediante reflexión por incidencia rasante, funcional entre 0.1 y 10 keV. Los rayos X *duros*, de decenas o cientos de keV, se observan normalmente sin colimación, empleando el efecto fotoeléctrico. La introducción de telescopios con máscara codificada ha permitido mejorar considerablemente la resolución angular de telescopios como *BeppoSAX* e *INTEGRAL*. Más recientemente, *NuSTAR* ha extendido el principio de la óptica de incidencia rasante al rango (6 – 79) keV.

Rayos gamma

En principio la radiación gamma (γ) comprende toda radiación electromagnética con energía por encima de 0.511 MeV. Fue descubierta como uno de los tres productos de la radioactividad, junto con los rayos α (núcleos de helio) y β (e^- y e^+). Los rayos γ producto de la radioactividad corresponden transiciones entre niveles de energía en núcleos atómicos, separados por decenas de keV hasta algunos MeV. Fotones de mayores energías son producidos por aniquilación de partículas y antipartículas, $e^-e^+ \rightarrow \gamma\gamma$, o procesos que involucran partículas relativistas. Rayos γ de 0.1 a 1 MeV pueden ser estudiados mediante el efecto fotoeléctrico. Para energías entre 1-30 MeV se emplea el efecto Compton para su detección. COMPTEL, instrumento a bordo del *Compton Gamma-Ray Observatory* (*CGRO*, 1991-2000), realizó el único mapeo del cielo a la fecha en la banda 0.7-30 MeV. Rayos γ de alta energía, de $\gtrsim 20$ MeV a unos 100 GeV, son estudiados con telescopios de producción de pares, como *CGRO-EGRET* o, más recientemente, *Fermi-LAT*.

Es posible la detección de fotones con energía por encima de 100 GeV desde la Tierra a través del estudio de cascadas electromagnéticas, empleando telescopios de tipo Cherenkov atmosférico, o detectores de superficie, originalmente diseñados para la detección de rayos cósmicos mediante el mismo principio. Los telescopios Cherenkov atmosféricos, como VERITAS, HESS y MAGIC, registran la emisión de partículas cargadas que se mueven más rápido que la luz en el aire, $v > c/n$ con n el índice de refracción. La detección directa de partículas *secundarias* de cascadas se puede hacer con detectores Cherenkov de agua, como el High Altitude Water Cherenkov (*HAWC*) γ -ray observatory, instalado en Sierra Negra. *HAWC* es capaz de detectar fotones con $E > 100$ TeV = 10^{14} eV. El observatorio *LHAASO* ha reportado fotones hasta $E \sim 1.4$ PeV. Por su parte, el observatorio de rayos cósmicos Pierre Auger ha puesto cotas al flujo de fotones con $E > 2 \times 10^{18}$ eV.



x

Figura 1.6: Ilustración del espectro electromagnético: arriba se muestran los rangos espectrales, en términos de energía y longitud de onda del fotón. En medio se ilustra la absorción de atmósfera mediante una línea horizontal interrumpida por las ventanas de transparencia, marcando encima de la línea telescopios espaciales y por debajo instrumentos terrestres. Abajo se ilustra el rango de emisión térmica y no térmica.

1.3. Ondas electromagnéticas en un plasma

El medio interestelar no es un vacío estricto, por lo que es posible medir algunos efectos importantes de la propagación de ondas electromagnéticas ocasionados por la presencia de cargas y corrientes. El medio interestelar puede ser descrito como un plasma formado por iones de carga $+Ze$ y densidad n_i , superpuestos a electrones de carga $-e$ y densidad n_e ,

$$\rho = n_e(-e) + n_i(Ze), \quad \vec{j} = n_e\vec{v}_e(-e) + n_i\vec{v}_i(Ze), \quad (1.42)$$

siendo \vec{v}_e y \vec{v}_i la velocidad típica de cada especie⁴. Estas difieren en el caso general, $\vec{v}_e \neq \vec{v}_i$. Planteando $\rho = \rho_e + \rho_i = 0$, y un comportamiento oscilatorio para los campos electromagnéticos, podemos escribir las ecuaciones de Maxwell como,

$$\vec{k} \cdot \vec{E} = \vec{k} \cdot \vec{B} = 0, \quad i\vec{k} \times \vec{E} = i\frac{\omega}{c}\vec{B}, \quad i\vec{k} \times \vec{B} = -i\frac{\omega}{c}\vec{E} + \frac{4\pi}{c}\vec{j}, \quad (1.43)$$

lo que equivale a escribir estas ecuaciones en el espacio de Fourier, donde se mantienen las relaciones de ortogonalidad: $(\vec{k} \perp \vec{E}), (\vec{k} \perp \vec{B}), (\vec{E} \perp \vec{B})$. Una solución es una densidad de corriente con comportamiento armónico, $\vec{j}(\vec{r}, t) = \vec{j}_0 \exp\{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)\}$, en respuesta a los campos armónicos, como se detalla en la sección siguiente.

1.3.1. Dispersión por electrones en un plasma

La mayor movilidad de los electrones en relación a los iones⁵ permite considerar sólo la corriente debida a los electrones. Se considera la ecuación de movimiento de un electrón no relativista sujeto a la fuerza de Lorentz,

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -e\left(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}\right). \quad (1.44)$$

Al proponer $\vec{v} \propto e^{-i\omega t}$ se tiene,

$$-i\omega\vec{v} = -\frac{e\vec{E}}{m} + \left(\frac{e\vec{B}}{mc}\right) \times \vec{v} \quad \Rightarrow \quad \vec{v} = -i\left(\frac{e\vec{E}}{m\omega}\right) + i\left(\frac{\omega_\ell}{\omega}\right) \times \vec{v},$$

definiendo la frecuencia de Larmor, $\omega_\ell \equiv eB/mc$. Al notar que: (1) el término magnético de la onda se puede despreciar para $v \ll c$, y (2) los campos eléctricos del medio interestelar se consideran despreciables, asociamos los vectores \vec{E} a la onda electromagnética y \vec{B} al medio interestelar.

El caso más sencillo es el de una onda con polarización circular propagándose en la dirección del campo magnético, $\vec{B} = B\hat{z}$, es decir

$$\vec{E}_\pm = E_0 \left(\frac{\hat{x} \pm i\hat{y}}{\sqrt{2}}\right) e^{-i\omega t},$$

para el que existe una solución con el movimiento de los electrones restringido al plano, $\vec{v} = (v_0/\sqrt{2})(\hat{x} \pm i\hat{y})e^{-i\omega t}$, que cumple $\vec{\omega}_\ell \times \vec{v} = \mp i\omega_\ell \vec{v}$,

$$\vec{v} = -\frac{ie\vec{E}}{m(\omega \mp \omega_\ell)}. \quad (1.45)$$

⁴Shu ignora el efecto de los iones. Aquí suponemos que ocasionan que la densidad total de carga sea nula, sin tener efecto en la densidad de corriente.

⁵cuando hay equipartición de energía tenemos $m_i v_i^2 \simeq m_e v_e^2$, de donde $v_i \ll v_e$.

De aquí se tiene la densidad de corriente,

$$\vec{j} = -n_e e \vec{v}_e + n_i Z_i e \vec{v}_i \simeq \frac{i n_e e^2}{m(\omega \mp \omega_\ell)} \vec{E}, \quad (1.46)$$

despreciando la contribución de los iones. El signo indica distintas velocidades de rotación de los electrones, dependiendo de si la polarización de la onda concuerda o no con la dirección de giro impuesta de manera natural por el campo magnético. La proporcionalidad $\vec{j} \propto \vec{E}$ permite un planteamiento análogo al caso del vacío, ahora con

$$\vec{k} \times \vec{B} = - \left(\frac{\omega}{c} \right) \varepsilon \vec{E}, \quad (1.47)$$

introduciendo la constante dieléctrica,

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega \mp \omega_\ell)}, \quad (1.48)$$

y definiendo la *frecuencia de plasma*,

$$\omega_p \equiv \sqrt{4\pi n_e e^2 / m_e} \simeq 5.6 \times 10^4 \text{ Hz } n_e^{1/2}, \quad (1.49)$$

para n_e en unidades de cm^{-3} . La substitución de (1.47) en las ecuaciones de Maxwell resulta en la relación de dispersión,

$$k^2 - \varepsilon (\omega/c)^2 = 0, \quad (1.50)$$

como condición que deben satisfacer ondas propagándose en un plasma.

1.3.2. Propagación de ondas en un plasma

En entornos astrofísicos es común tener $\omega_p \gg \omega_\ell$, siendo conveniente estudiar primeramente la propagación en ausencia de campos magnéticos. Ignorando ω_ℓ , podemos aproximar $\varepsilon \approx 1 - \omega_p^2/\omega^2$, con lo que la relación de dispersión puede escribirse como

$$k = \frac{1}{c} \sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}. \quad (1.51)$$

El número de onda k es imaginario para $\omega < \omega_p$, lo que implica un comportamiento exponencial del campo, $\vec{E} \propto e^{\pm |k|z}$, y la atenuación de la onda con una longitud característica,

$$\ell_p = 2\pi c / \omega_p \approx 33.6 \text{ km } \left(n_e / \text{cm}^{-3} \right)^{-1/2}.$$

La frecuencia ω_p define un valor mínimo por debajo del cuál ondas electromagnéticas no pueden propagarse libremente en un plasma. En la ionósfera terrestre la densidad promedio de electrones a alturas entre 300 y 2000 km es $\langle n_e \rangle \sim 10^4 \text{ cm}^{-3}$, con valores extremos $n_e \lesssim 10^6 \text{ cm}^{-3}$ en algunas capas definidas. Estos electrones libres producen el *corte ionoférico* a frecuencias de decenas MHz, el cual limita observaciones radioastronómicas desde la Tierra a frecuencias por debajo de 100 MHz, con la complicación adicionales de la interferencia de transmisiones de radio comunicaciones, radio FM y televisión. En forma análoga, la densidad media de los electrones en el medio interestelar, $\langle n_e \rangle \approx 0.03 \text{ cm}^{-3}$, resulta en la atenuación de ondas electromagnéticas con $\nu \lesssim 2 \text{ kHz}$.

1.3.3. Medida de dispersión

La relación de dispersión, $\varepsilon\omega^2 - k^2c^2 = 0$, permite calcular la *velocidad de grupo* de la onda $v_g \equiv d\omega/dk = c\sqrt{\varepsilon} \leq c$, con el plasma interestelar cumpliendo $\varepsilon < 1$ (ec. 1.48). La onda se propaga más lentamente que en el vacío, y su velocidad depende de la frecuencia. Adicionalmente, si n_e es variable, las ondas pueden no viajar en línea recta.

Una aplicación se da en el estudio de pulsares, donde pulsos con distintas frecuencias ω viajan a distintas velocidades. Dado $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$, los pulsos llegan con retrasos diferenciales respecto a la propagación en el vacío y entre sí. Para un pulsar a una distancia d , emitiendo en una frecuencia $\omega \gg \omega_p$, el tiempo requerido para que la onda llegue a la Tierra está dado por,

$$t = \int_0^d \frac{dz}{v_g} \simeq \frac{d}{c} + \frac{1}{2} \left(\frac{4\pi e^2}{m\omega^2 c} \right) \int_0^d n_e dz = \frac{d}{c} + \frac{2\pi e^2}{mc} \frac{\mathcal{D}}{\omega^2}. \quad (1.52)$$

La integral de la derecha define la *medida de dispersión*, \mathcal{D} , o a veces DM, expresada comúnmente en unidades de $[\text{cm}^{-3}\text{pc}]$. El ajuste de Δt de acuerdo a la relación (1.52) da el valor de \mathcal{D} , la densidad de electrones integrada a lo largo de la línea de visión. En la práctica, el desfaseamiento temporal del pulso en distintas frecuencias, ilustrado en la figura 1.7, se ajusta conforme a la expresión (1.52). El valor medio de la densidad de electrones, deducido a partir de mediciones en pulsares con distancias conocidas, da $\langle n_e \rangle \approx 0.03 \text{ cm}^{-3}$. Es posible construir un modelo completo de la distribución de electrones libres en la Galaxia a partir de mediciones a pulsares (Taylor & Cordes 1993). El valor medio de la densidad de electrones es usado frecuentemente como una estimación de la distancia de pulsares, $d_{DM} = \mathcal{D}/(0.03 \text{ cm}^{-3})$. Esta estimación puede estar afectada por sobre-densidades locales de electrones.

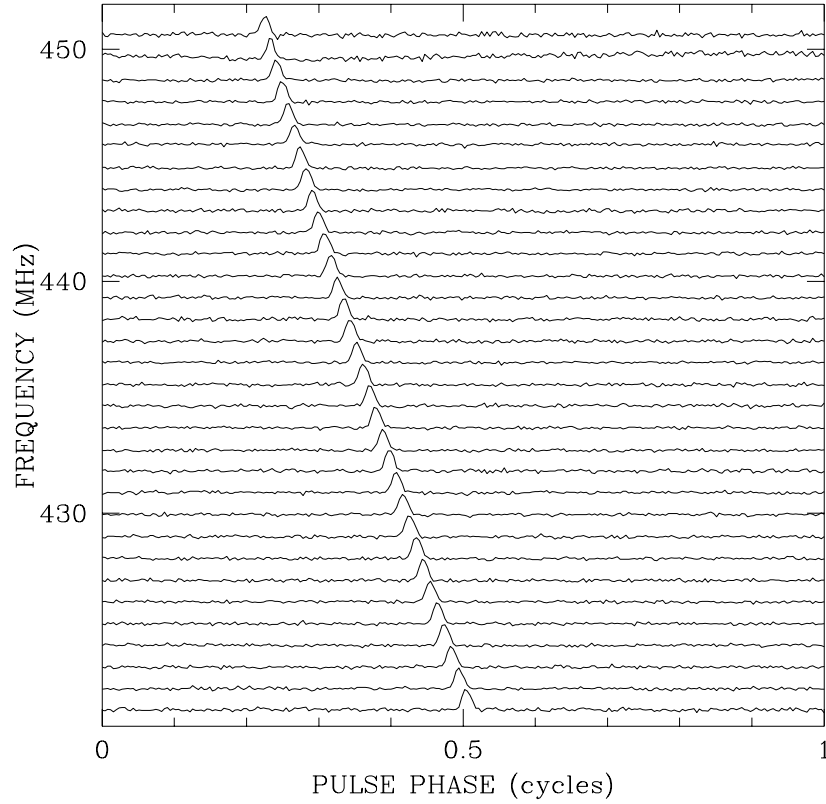


Figura 1.7: Retraso de la llegada del pulso del pulsar PSR B1749–28 medido en 32 canales, cada uno correspondiente a una frecuencia distinta de radio. Un ajuste de tipo $\Delta t \propto \nu^{-2} DM$ permite calcular la medida de dispersión y obtener una estimación de la distancia al pulsar.

1.3.4. Rotación de Faraday

Si la frecuencia de la onda cumple $\omega \gg \omega_\ell, \omega \gg \omega_p$, pero el término magnético no es despreciable, se aproxima la relación (1.48) como

$$\varepsilon_{\pm} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left(1 \pm \frac{\omega_\ell}{\omega} \right). \quad (1.53)$$

La relación de dispersión puede expresarse como,

$$k_{\pm} = k_0 \mp \Delta k, \quad (1.54)$$

donde $k_0 = \omega(1 - \omega_p^2/2\omega^2)/c$ corresponde con la dispersión de ondas descrita en la sección anterior, y

$$\Delta k = \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2 \omega_{\ell}}{\omega^2 c}, \quad (1.55)$$

diferencia el comportamiento de los dos modos de polarización circular. Al recorrer una distancia d , los modos de polarización circular cambian su orientación en $\Delta\psi \sim \pm\Delta kd$. Más precisamente, el vector de polarización rota un ángulo $\Delta\psi$, dado por,

$$\Delta\psi = \pm \frac{1}{\omega^2} \left(\frac{2\pi e^3}{m_e^2 c^2} \right) RM. \quad (1.56)$$

El signo depende de la orientación de la polarización en relación a la dirección del campo magnético. Se define la *medida de rotación*,

$$RM \equiv \int_0^d n_e B_{\parallel} dz. \quad (1.57)$$

La determinación conjunta de dispersión y rotación de Faraday proporciona una estimación del campo magnético promediado con la densidad de electrones a lo largo de la dirección de la visual, $\langle B_{\parallel} \rangle = RM/DM$. En ausencia de DM es posible estimar B_{\parallel} conociendo la distancia d al objeto y suponiendo una densidad de electrones, $\langle B_{\parallel} \rangle \approx RM / \langle n_e \rangle d$. Mediciones de DM han permitido a los radioastrónomos concluir que el valor medio del campo magnético de la Galaxia es de alrededor de 3 microgauss.

(*Shu 20; Ryb 8*)