

### **ASTRONOMÍA I (escoja 2 de 3)**

- 1.- ¿Cómo se define una magnitud astronómica? ¿Qué diferencia existe entre el flujo y la luminosidad de una estrella? ¿Cómo se relacionan estas dos cantidades? ¿Cómo se puede calcular la distancia hasta una estrella conociendo su magnitud aparente y su magnitud absoluta?
2. ¿En qué se basa la clasificación de los espectros estelares? Haga un análisis de dicha clasificación. ¿Qué significa que el Sol sea una estrella de clase espectral G2V?
3. Describa con detalle la estructura de la Vía Láctea. ¿Dónde nos encontramos en la galaxia y como lo sabemos? ¿Cómo puede la distribución de cúmulos globulares ayudarnos a saberlo? ¿Dónde se encuentran las estrellas viejas? ¿Dónde las que contienen una cantidad muy pequeña de "metales"? ¿Dónde se están formando las nuevas estrellas?

### **ASTRONOMÍA II (escoja 2 de 3)**

1. Las componentes de una binaria se mueven en órbitas circulares. La distancia entre las componentes es 1 UA y la masa de cada una es 1 masa solar. Un observador en el plano de la órbita verá una división ("*splitting*") periódica de las líneas espectrales. ¿Cuál es la máxima separación de las componentes de la línea de H $\gamma$ 434.1nm?
2. Suponiendo que se realizan observaciones en 21 cm en el plano galáctico, a 45 grados de la dirección al centro de la galaxia, ¿cuál es la distancia desde el centro galáctico hasta la nube de hidrógeno con la máxima velocidad radial observada?
3. En el laboratorio una de las líneas de sodio se mide con una longitud de onda de 590 nm. Pero cuando se observa la luz proveniente de una galaxia en particular, la línea se ve en una longitud de onda de 602nm. Calcule la distancia a la galaxia suponiendo que se cumple la ley de Hubble

### **FÍSICA I (escoja 2 de 3)**

1. Enunciar las leyes de Kepler y describir para cada una su relación con las leyes de la mecánica de Newton.
2. Enunciar y comentar las leyes primera y segunda de la termodinámica.
3. Deducir la ecuación de onda a partir de las ecuaciones de Maxwell en ausencia de cargas y corrientes.

## FÍSICA II (escoja 2 de 3)

1. Un objeto se lanza horizontalmente con velocidad  $v$  desde una altura  $h=20$  metros (figura 1). ¿A qué velocidad debe ser lanzado para alcanzar una distancia horizontal igual a  $h$ ? ¿Cuánto tiempo tarda en caer? Suponer  $g=10 \text{ m s}^{-2}$ .

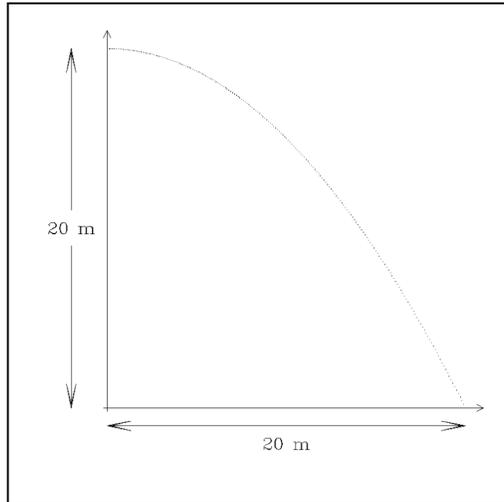


Figura 1: El objeto lanzado desde una altura de 20 metros recorre horizontalmente la misma distancia.

2. La figura 2 muestra la trayectoria de una nave espacial, de masa  $m$  y con velocidad  $v$  relativa al Sol, durante un encuentro con Júpiter, planeta con masa  $M \gg m$  y velocidad  $V$  con respecto al Sol. La nave espacial da una vuelta al planeta y sale en la dirección opuesta. Considerando que durante el encuentro hay conservación de momento y energía, ¿Cuál es la velocidad final de la nave? Supóngase  $v=10 \text{ km/s}$ ,  $V=13 \text{ km/s}$ .

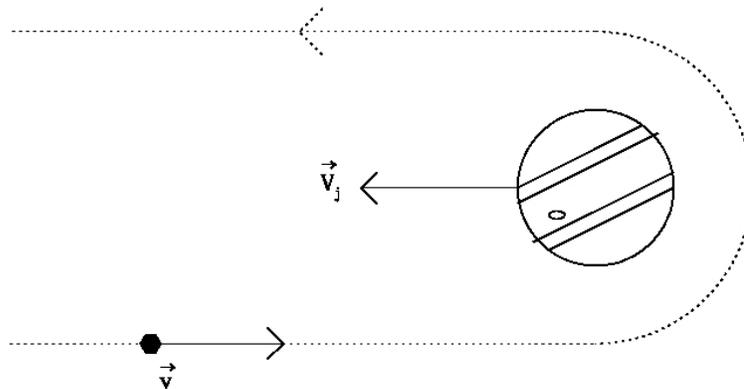


Figura 2: Trayectoria de una nave espacial durante su encuentro con Júpiter.

3. Mostrar que el trabajo  $W$  que se realiza durante un proceso isotérmico en un gas ideal es igual a  $W=nRT \ln(V_1/V_0)$ , siendo  $V_0$  y  $V_1$  los volúmenes inicial y final ocupados por el gas,  $T$  la temperatura,  $n$  el número de moles y  $R$  la constante de los gases

## MÉTODOS MATEMÁTICOS (escoja 4 de 6)

1. Sea  $a$  un número real diferente de cero y sea  $A$  una matriz antisimétrica  $A = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$
- a) Encuentra un conjunto de vectores propios ortonormales para  $A$ .
- b) Encuentra una matriz unitaria  $C$  tal que  $C^{-1}AC$  sea una matriz diagonal.
- c) Prueba que no existe una matriz real ortogonal  $C$  tal que  $C^{-1}AC$  sea una matriz diagonal.

2. Verifica que el teorema de la divergencia se cumple para el campo vectorial

$$\vec{F}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

definido como

$$\vec{F}(x, y, z) = 4x\hat{i} - 2y\hat{j} + z\hat{k}$$

y el volumen  $V$  delimitado por el paraboloido  $z = x^2 + y^2$  y el plano  $z = 4$ .

3. Resolver la ecuación  $y^{(2)} + y^{(1)} \tan x = \frac{\cos^2 x}{\sin x}$

4. Resuelve la ecuación integral

$$y(x) = g(x) + \int_{-\infty}^{\infty} y(u) h(x-u) du$$

siendo  $g(x)$  y  $h(x)$  funciones dadas.

5. Se dice que una variable aleatoria tiene una distribución de Rayleigh si su densidad de probabilidad es

$$f(x; \alpha) = \begin{cases} \frac{x}{\alpha^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\alpha^2}\right) & \text{para } x \geq 0 \\ 0 & \text{para } x < 0 \end{cases}$$

donde  $\alpha$  es un número real.

La amplitud de una señal de radar que es retrodifundida desde la superficie del mar, sigue una distribución de Rayleigh. Determinar  $\alpha$  si las medidas muestran que la amplitud  $x$  excede a  $x_0$  el 1% de las veces, siendo  $x_0^2 = -\ln(0.01)$ .

6. Un cátodo caliente emite electrones a una razón de  $10^{13}$  por segundo. Encuentra la probabilidad de que no se emita ningún electrón durante un intervalo de  $T$  segundos, si las emisiones son eventos independientes que ocurren en el tiempo aleatoriamente.